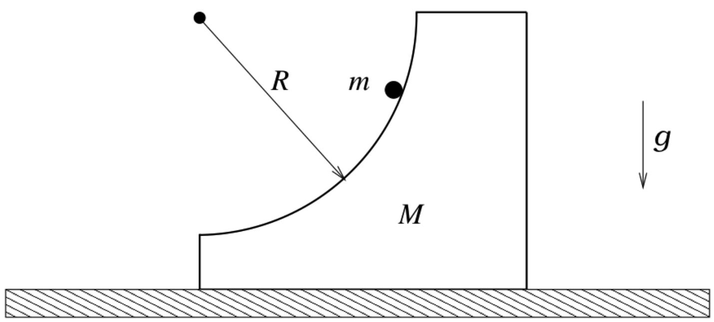
Instituto de Física - UFF
Mecânica Analítica - 1^oP/2012 - Prof. Daniel Jonathan
Lista de Exercícios I - teste na sexta, 16/03

1. Uma partícula move-se no plano xy sob o vínculo de que sua velocidade é sempre dirigida para o ponto móvel do eixo x com coordenadas $(f(t), 0)$, onde f é uma função dada, satisfazendo $f' \neq 0$.

   (a) Obtenha a equação de vínculo. Dica: dois vetores são colineares se e somente se o seu produto vetorial é zero. (b) Mostre que este vínculo não é holônomo.

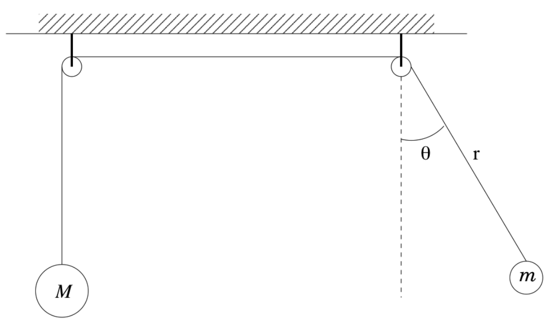


2. Uma partícula de massa m desliza sem atrito ao longo de uma cunha de massa M e formato semicircular de raio R. A cunha, por sua vez, escorrega sem atrito ao longo de um plano horizontal. Escolhendo coordenadas generalizadas convenientes, obtenha a lagrangiana e as equações de movimento do sistema.

3. Na eletrodinâmica de Weber, a força entre duas cargas elétricas puntiformes em movimento é dirigida ao longo da linha que as une e tem magnitude

$$F = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 + \frac{r\ddot{r}}{c^2} - \frac{\dot{r}^2}{2c^2}\right\},$$

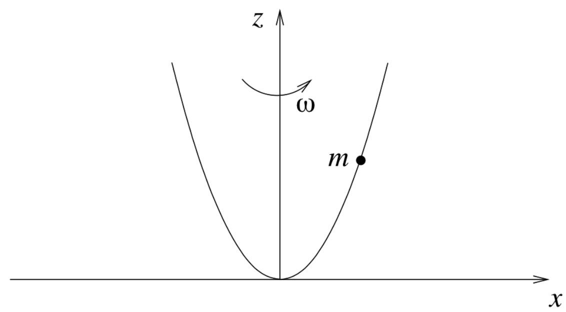
   onde r é a distância entre as cargas. Determine o potencial generalizado $U(r, r')$ associado a esta força.



4. Considere a chamada máquina de Atwood oscilante (v. fig) - (M só se move verticalmente). Usando as coordenadas indicadas na figura, mostre que (a menos de uma constante que pode ser descartada porque não afeta as equações de Lagrange) a lagrangiana é

$$L = \frac{m+M}{2}\dot{r}^2 + \frac{mr^2\dot{\theta}^2}{2} - gr(M - m\cos\theta)$$

   e escreva as equações de Lagrange.



5. Considere o Exemplo 1.5.1 do livro-texto (página 26) no caso em que todas as massas são iguais ($m_1 = m_2 = m_3 = m$) e o sistema é liberado a partir do repouso com $x_2 = 0$ e $x_3 = l$, onde l é o comprimento natural da mola.

   (a) Resolva as equações de movimento do sistema que estão na página 27 do livro-texto e prove que

$$x_2(t) = \frac{2mg}{9k}(\cos\omega t - 1) + \frac{gt^2}{6}, \omega = \sqrt{\frac{3k}{2m}}$$

   donde $\dot{x}_2(t) = (g/3\omega)(\omega t - \operatorname{sen}\omega t)$.

   (b) Prove que $\dot{x}_2(t) > 0$ para todo $t > 0$ e conclua que o fio sempre permanece esticado. Isto justifica, a posteriori, o uso das equações de movimento da página 27.

6. Uma conta de massa m está restrita a mover-se ao longo de um arame rígido e liso. O arame está num plano vertical, num campo gravitacional uniforme $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{z}}$, e tem a forma de uma parábola cuja equação é $z = x^2/2R$, onde R é uma constante positiva. Se o arame é posto a girar com velocidade angular constante ω em torno do eixo vertical z, obtenha a lagrangiana e as equações de Lagrange para a conta.

7. Utilizando a função de dissipação de Rayleigh, obtenha as equações de movimento para um pêndulo duplo (exemplo 1.2.4, p. 11 e 1.5.3, p.28) no caso em que levamos também em conta forças de dissipação $\mathbf{F}_i = -k\mathbf{v}_i$. linearmente proporcionais à velocidade de cada massa.